



ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ИДЕНТИФИКАЦИИ СКОРОСТИ ПОТРЕБЛЕНИЯ МЕТАНА В ПОЧВЕ

Тукмачева Юлия Андреевна

аспирант 1 года обучения направления
«Математическое моделирование,
численные методы
и комплексы программ»
Инженерной школы цифровых технологий
Югорского государственного университета,
Ханты-Мансийск, Россия
E-mail: y_tukmacheva@ugrasu.ru

Пятков Сергей Григорьевич

доктор физико-математических наук, профессор
Инженерной школы цифровых технологий
Югорского государственного университета,
Ханты-Мансийск, Россия
E-mail: s_pyatkov@ugrasu.ru

**Работа выполнена при финансовой поддержке
Российского научного фонда и правительства Ханты-
Мансийского автономного округа – Югры (грант
№ 22-11-20031).**

Предмет исследования: математическая модель
потребления метана в почвах.

Цель исследования: разработать алгоритм числен-
ного решения обратной задачи идентификации скоро-
сти потребления метана в почвах.

Методы и объекты исследования: в данной рабо-
те рассматривается вопрос о восстановлении скорости
потребления метана в почвах по данным замерам его
концентрации в наборе точек. Математическая модель –
обыкновенное дифференциальное уравнение второго
порядка, а искомый коэффициент – младший коэффи-
циент в уравнении. Данное уравнение основано на модели
MeMo v1.0. Стоит отметить, что поставленная обратная
задача ранее теоретически не исследовалась, а предло-
женные методы ее решения использовали достаточно
большие наборы данных, в отличие от настоящей работы.

Основные результаты исследования: был получен
алгоритм численного решения задачи, основанный на
методе наискорейшего спуска, который показал доста-
точно хорошую сходимость для набора искусственных
данных. Ошибка восстановления скорости потребле-
ния метана по глубине не превышает 19 %, а в среднем
составляет 16 %. Ошибка восстановления концентрации
метана по глубине для двукратного количества точек от-
носительно измеренных составляет 2,3 %.

Ключевые слова: параболическое уравнение, об-
ратная задача, начально-краевая задача, скорость пот-
ребления метана, численный метод.

NUMERICAL SOLUTION OF THE INVERSE PROBLEM OF IDENTIFYING METHANE CONSUMPTION RATE IN SOIL

Julia A. Tukmacheva

Postgraduate Student,
Engineering School of Digital Technologies,
Yugra State University,
Khanty-Mansiysk, Russia
E-mail: y_tukmacheva@ugrasu.ru

Sergey G. Pyatkov

Doctor of Physical and Mathematical Sciences,
Professor
Engineering School of Digital Technologies,
Yugra State University,
Khanty-Mansiysk, Russia
E-mail: s_pyatkov@ugrasu.ru

**The work was carried out with financial support
The Russian Science Foundation and the Government
of Khanty-Mansiysk Autonomous Okrug – Yugra (grant
№ 22-11-20031).**

Subject of research: a mathematical model of methane
consumption in soils.

Purpose of research: to develop an algorithm for the
numerical solution of the inverse problem of identifying the
methane consumption rate in soils.

Methods and objects of research: this work addresses
the issue of recovering the methane consumption rate in soil
based on measured methane concentration data at a set of
points. The mathematical model is a second-order ordinary
differential equation, and the sought coefficient is the lower-
order coefficient in the equation. This equation is based
on the MeMo v1.0 model. It is noteworthy that the inverse
problem posed had not been theoretically investigated
before, and the proposed methods for its solution previously
required rather large data sets, unlike the current work.

Main results of research: an algorithm for the numerical
solution of the problem was obtained, based on the method
of steepest descent, which demonstrated good convergence
for a set of synthetic data. The error in recovering the methane
consumption rate by depth does not exceed 19 %, averaging
16 %. The error in recovering the methane concentration by
depth, for a twofold increase in the number of measurement
points, is 2.3 %.

Keywords: parabolic equation, inverse problem, initial-
boundary value problem, methane consumption rate,
numerical method.

ВВЕДЕНИЕ

Основным (около 90 % от общего) сто-
ком метана из атмосферы Земли являет-
ся окисление гидроксил-радикалом в тро-
посфере. Вторым по важности (около 10 %) считается потребление метана микроор-
ганизмами – метанотрофами, живущими в
автоморфных (непереувлажнённых) поч-
вах. Таким образом, изучение величин пот-
ребления (удельных потоков) CH_4 , пони-
мание процессов, обуславливающих его
временную и пространственную динамику,

а также моделирование потребления не-
обходимы для построения обоснованных
климатических прогнозов. Потребление ме-
тана в почве за счет окисления метанотроф-
ными бактериями в автоморфных почвах –
единственный известный биологический
механизм стока для атмосферного метана
(Prather, Holmes, 2017 [1]).

Вместе с эмпирическими методами для
количественной оценки концентрации мета-
на в почве применяется математическое мо-
делирование. Существуют модели для оценки
процессов поглощения метана почвой, такие



как R96, R99 и C07. Модель R96 основывается на измененной версии закона Фика и оценивает диффузионный поток атмосферного CH_4 в почву. Модель R99 учитывает микробное окисление CH_4 в почве, устанавливая зависимость скорости окисления от параметров почвы, таких как температура, влажность и содержание азота. Модель C07 модифицирует этот подход, вводя аналитическое решение уравнения диффузии-реакции и скалярный модификатор для учета влияния влажности почвы и температуры на скорость окисления CH_4 . Современная модель MeMo v1.0 (см. [2] и библиографию в этой работе), которую мы также используем ниже, является новой версией моделей по оценке глобального поглощения атмосферного метана почвой. В отличие от моделей R99 и C07, MeMo использует общее аналитическое решение одномерного уравнения диффузии-реакции. Данная модель позволяет учитывать поток метана из глубины почвы, который участвует в процессе метанотрофии в почве. Уравнение записывается в виде [2] (см. также стационарный случай в [1, 4, 3]):

$$\partial_z C = \partial_z (a_z(z) C_z) - V(z) C = 0, \quad C(0) = C_a, \quad C_z|_{z=\beta} = 0 \quad (z \in (0, \beta)).$$

Здесь a_z – коэффициент диффузии CH_4 в порах почвы (м^3 воздуха м^{-1} почвы ч^{-1}), вычисляемый с помощью измеренных значений Φ (общая пористость) и θ (объемная влажность, $\text{м}^3/\text{м}^3$), β – максимальное значение глубины, C – функция концентрации метана, C_a – измеренная концентрация CH_4 в атмосфере ($\text{мг}/\text{м}^3$), $V(z)$ – измеренная или найденная тем или иным способом скорость потребления метана при $C=C_a$ (м^3 воздуха м^{-3} почвы ч^{-1}).

Таким образом, задача определения коэффициента $V(z)$ – задача определения младшего коэффициента в эллиптическом или параболическом уравнении. Отметим, что задача определения младшего коэффициента в параболическом уравнении известна давно, и имеется большое количество работ, посвященных численному исследованию задачи. Основное внимание было уделено стационарному случаю, который наиболее часто использовался в приложениях. В стационарном случае уравнение и граничные условия на верхней $z=0$ и нижней ($z=\beta$) границах записываются таким образом:

$$\partial_z (D_z(z) (C_z)_z) - V(z) C_z = 0, \quad C_z(0) = C_a, \quad (C_z)_z|_{z=\beta} = 0. \quad (1)$$

Дополнительные условия имеют вид:

$$C(b_i) = \alpha_i, \quad i = 1, 2, \dots, r, \quad b_i \in (0, Z). \quad (2)$$

Удельный поток (УП) метана Q ($\text{мг}/\text{м}^2$) в час, прогнозируемый моделью, вычислялся по полученному решению:

$$Q = D_z(0,005) \frac{C_z(0,01) - C_z(0)}{0,01}.$$

Метан вносит значительный вклад в глобальное потепление, удерживая тепло в атмосфере и увеличивая температуру на поверхности планеты [5]. Количественные оценки выбросов метана в атмосферу в различных литературных источниках отличаются. Однако их можно классифицировать по двум основным категориям: антропогенные источники метана и природные источники метана. Антропогенные источники метана связаны непосредственно с деятельностью человека, к ним можно отнести: а) энергетическую и промышленную деятельность: добычу, транспортировку и переработку ископаемых; б) животноводство: ферментация пищи рогатым скотом способствует выделению метана; в) сельское хозяйство (рисовые плантации): бактериальное разложение органического материала на рисовых полях с выделением метана; г) полигоны твердых бытовых отходов: разложение органических отходов с выделением биогаза, состоящего преимущественно из метана. Суммарно антропогенные источники метана выделяют порядка 440,5 млн т в год [6, 7]. Существует множество практик, позволяющих уменьшить эмиссию метана, вызванную антропогенными источниками, некоторыми из них можно считать современные технологии утилизации газовых выбросов, понижение расхода топливного газа, биогазовые установки для переработки отходов животноводства и пищевой промышленности. Природные источники метана выделяют значительное количество метана в атмосферу. Основными природными источниками метана являются болотные системы, на них приходится до 30 % от общего объема выбросов метана в атмосферу [8], [9]. Сошлемся на работы, посвященные в том числе и использованию математических моделей в задачах описания эмиссии метана [10–17].

В работе [3] задача (1), (2) в стационарном случае решалась численно: функция концентрации метана определялась из уравнения (1) с помощью специальной сглаживающей функции, которая была получена при помощи регуляризации на основе интерполяции значений концентрации в известных точках. Мы рассмотрели тот же алгоритм и эту же задачу. Однако в отличие от работы [3] число замеров концентраций r у нас произвольно и может быть небольшим. В методе из работы [3] предполагалось, что концентрация метана замерена в достаточно большом количестве точек, что позволяет фактически точно с помощью интерполяции и с последующим сглаживанием с помощью

аппроксимации получить функцию концентрации метана. Однако это не всегда возможно. Основные рассуждения мы проводили в случае, когда замеры концентраций сделаны в достаточно небольшом количестве точек, и строили коэффициент поглощения в виде конечного отрезка ряда (в нашем случае – в виде разложения по базисным кусочно-линейным функциям метода конечных элементов). Была предложена другая, на наш взгляд, более совершенная схема решения задачи, которая сводилась к некоторому нелинейному уравнению и затем решалась методом наискорейшего спуска. Получены хорошие результаты, в частности, точности определения коэффициента поглощения.

Описание алгоритма

Рассмотрим задачу (1)–(2). Для численного решения используем метод конечных элементов. Пусть $h = \beta/N$ – шаг по пространству и $\{\varphi_i\}$ – набор базисных функций. Ищем приближенное решение уравнения (1) в виде $C = u^N + c^0$

$$u^N = \sum_{k=1}^N C_k \varphi_k(x), \quad C_0 = c^0,$$

где C_i определяем из системы

$$(a(z) (u^N)_{z, \varphi_{iz}}) + (V(z) u^N, \varphi_i) = -(c^0 V, \varphi_i), \quad i=1, 2, \dots, N.$$

Здесь скобки обозначают скалярное произведение в $L_2(G)$, т. е. $(u, v) = \int_0^\beta u(z)v(z)dz$. Базисные функции φ_i ($i=1, 2, \dots, N$) определяются следующим образом:

$$\varphi_i(z) = \begin{cases} \frac{(h(i+1) - z)}{h}, & x \in (hi, h(i+1)) \\ \frac{z - h(i-1)}{h}, & z \in (h(i-1), hi) \\ 0, & z \notin (h(i-1), h(i+1)) \end{cases}$$

$$\varphi_0(z) = \begin{cases} \frac{h - z}{h}, & z \in (0, h) \\ 0, & z \notin (0, h) \end{cases}$$

$$\varphi_N(z) = \begin{cases} \frac{z - (N-1)h}{h}, & z \in ((N-1)h, Nh) \\ 0, & z \notin ((N-1)h, Nh) \end{cases}$$

Систему можно представить в матричном виде:

$$AC = \vec{F}. \quad (3)$$

Необходимо найти вектор \vec{C} , выразим данный вектор из системы (3):

$$\vec{C} = A^{-1} \vec{F},$$

где $\vec{C} = (C_1, C_2, \dots, C_N)$, а вектор \vec{F} имеет следующий вид:

$$\vec{F}^T = (V(z)c^0, \varphi_1), (V(z)c^0, \varphi_2), \dots, (V(z)c^0, \varphi_{N-1}), (V(z)c^0, \varphi_N).$$

Матрица A – матрица жесткости с элементами:

$$A_{ij} = (a(z) \varphi_{jz}, \varphi_{iz}) + (V(z) \varphi_j, \varphi_i), \quad j=1, 2, \dots, N, \quad i=1, 2, \dots, N.$$

Матрицу A можно представить в виде суммы двух матриц: $A = A_0 + A_v$, где элементы этих матриц A_0 есть числа $(a(z) \varphi_{jz}, \varphi_{iz})$. Приближенно элементы матрицы A_0 можно записать в следующем виде:

$$R_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{h^2} \int_{(i-1)h}^{(i+1)h} a(z) dz, & \text{при } i = j \\ -\frac{1}{h^2} \int_{ih}^{(i+1)h} a(z) dz, & \text{при } |i - j| = 1 \\ 0, & \text{при } |i - j| \geq 2 \end{cases}$$

$$i = 1, 2, \dots, N-1, \quad j = 1, 2, \dots, N,$$

$$R_{NN} = \frac{1}{h^2} \int_{(N-1)h}^{Nh} a(z) dz.$$

Элементы матрицы A_v вычисляются путем нахождения скалярного произведения:

$$A_v = (V(z) \varphi_j, \varphi_i) \\ i=1, 2, \dots, N, \quad j=1, 2, \dots, N$$

Обращая матрицу A , найдем вектор \vec{C} . Таким образом построим решение прямой задачи.

При решении обратной задачи ищем функцию $V(z)$ в виде $V(z) = \sum_{j=1}^r \vec{B}_j \psi_j(z)$, где ψ_j – некоторый набор базисных функций, $\tau = \beta/r$ – шаг по пространству. С шагом τ построим кусочно-линейные функции ψ_i , используемые в методе конечных элементов. Обозначим узлы сетки через $z_i = hi$, $z^i = \tau i$. Пусть узлы z_{i_k} $k=1, 2, \dots, r$ отвечают точкам замеров, т. е. $z_{i_k} \approx z^k$. Приближенно систему можно записать в виде:

$$-\vec{C}/c^0 = (A_0 + A_v)^{-1} F_0, \quad F_0 = (F_1, F_2, \dots, F_N)^T, \quad F_i = (V(z), \varphi_i).$$

Обозначим правую часть через $g(\vec{\beta}) = (A_0 + A_v)^{-1} F_0$. $\vec{F}_0 = ((V(z), \varphi_1), \dots, (V(z), \varphi_N))^T$. Если мы возьмем строки этой системы с номерами i_k $k=1, 2, \dots, r$, то получим систему

$$\vec{\gamma} = P_0 g(\vec{\beta}), \quad \gamma_j = 1 - \frac{\alpha_j}{c_0} > 0, \quad (4)$$

где $P_0 g$ – вектор длины r с координатами g_{i_1}, \dots, g_{i_r} и индекс (i_j) – взятие координаты с

индексом (i_j) . Пусть $\vec{g}=(g_1, \dots, g_N)$. Найдем производные $\partial_{\beta_l} \vec{g}(\vec{\beta})$. Имеем $(A_0+A_v)\vec{g}=F_0$. Найдем частные производные по β_l

$$\frac{\partial}{\partial \beta_l} (A_0 + A_v)\vec{g}(\vec{\beta}) = A_0 \vec{g}_{\beta_l} + \partial_{\beta_l} A_v \vec{g} = \partial_{\beta_l} F_0.$$

Элементы матрицы $\partial_{\beta_l} A_v$ и производные $F_{i\beta_l}$ имеют вид

$$\partial_{\beta_l} a_{ij}^v = \partial_{\beta_l} (V\varphi_j, \varphi_i) = (\psi_l \varphi_j, \varphi_i), \text{ и } F_{i\beta_l} = (\psi_l, \varphi_i).$$

Далее имеем

$$(A_0 + A_v)\vec{g}_{\beta_l} = F_2 = \partial_{\beta_l} F_0 - (\partial_{\beta_l} A_v)\vec{g},$$

или

$$g_{k\beta_l} = ((A_0 + A_v)^{-1} F_2)_{i_k}.$$

Обозначим матрицу $\{g_{k\beta_l}\}$ через $J(\vec{\beta})$, а транспонированную матрицу через J^* . Ищем решение системы (4). Обозначим матрицу системы через $A(\vec{\beta})$, т. е. решаемая система имеет вид $A(\vec{\beta}) = \vec{\gamma}$. Итерационная процедура записывается в виде

$$\vec{\beta}_{i+1} = \vec{\beta}_i - \tau_i J'(\vec{\beta}_i), \quad J(\vec{\beta}) = J^*(\vec{\beta})(A(\vec{\beta}) - \vec{\gamma}),$$

где параметр τ_i определяется так:

$$\tau_i = \|J'(\vec{\beta}_i)\|^{-2} \|J J^*(A(\vec{\beta}_i) - \vec{\gamma})\|^2.$$

Здесь под нормой вектора понимаем квадратный корень из суммы квадратов координат. В качестве начального приближения стоит взять вектор $\vec{\beta}_0$ с положительными координатами, например, $\vec{\beta}_0 = (1, 1, \dots, 1)$.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

В этом разделе проанализируем результаты численных экспериментов, полученных в результате решения прямой и обратной задач в рамках экспериментов на ЭВМ. Характеристики испытуемой ЭВМ: процессор: Intel i5 9500; ОЗУ: 16,00 ГБ; тип системы: Windows 11. Численные эксперименты были проведены в программном комплексе MATLAB 2024a.

В результате расчётов было восстановлено исходное значение функции в точках потребления метана по глубине на основе распределения концентрации метана по глубине. В качестве входных данных были взяты значения функции в точках замеров. Значения одномерного массива метана были получены в ходе решения прямой задачи согласно системе (3), где входным вектором скорости потребления метана выступал некоторый экспериментальный одномерный массив данных [3], представленный на рисунке 1.

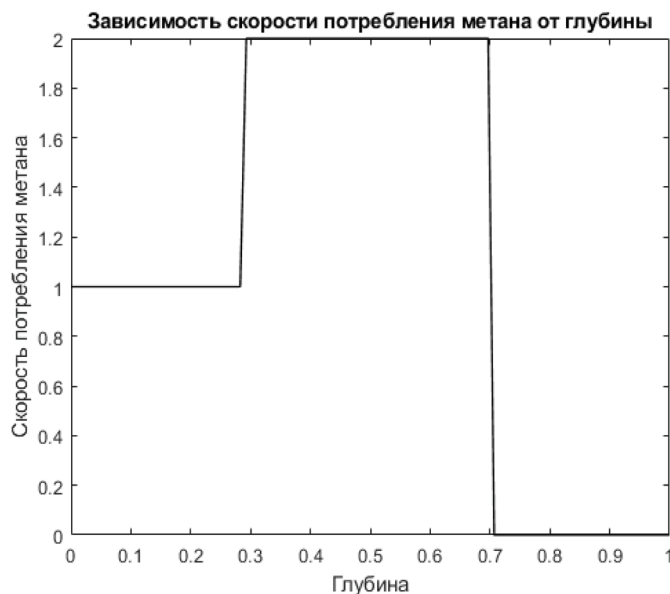


Рисунок 1. Форма тестового вектора скоростей для $N = 100$

В эксперименте использовались следующие глобальные параметры:

1. $a(z) = I + z$ – функция молекулярной диффузии.
2. $c_0 = I$ – значение концентрации метана на поверхности почвы.

3. $N = 100$ – количество узлов сетки.

Для данного вектора скорости потребления метана были получены значения функции концентрации метана в точках, представленные на рисунке 2.

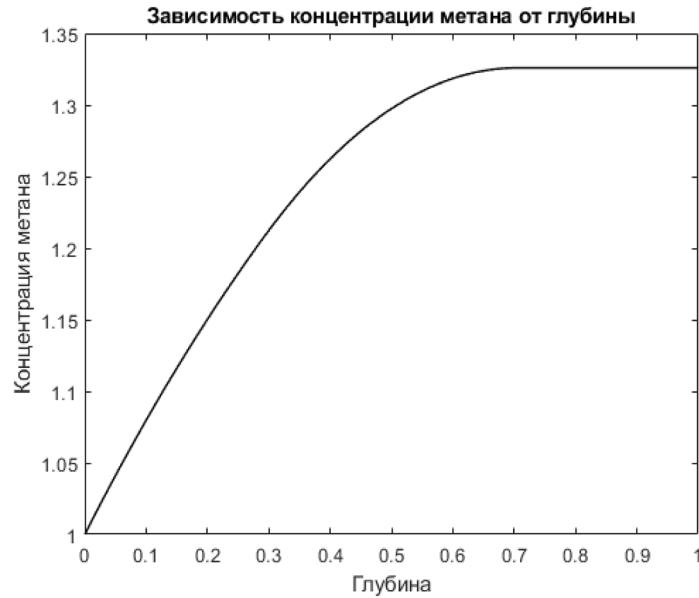


Рисунок 2. Значения функции концентрации метана $\bar{C}(z)$

Для нахождения точности полученных результатов были применены следующие оценки: MAE и MAPE.

1. $MAE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |y_i - \hat{y}_i|$ – средняя абсолютная ошибка: позволяет оценить качество полученного решения в абсолютных единицах, где y является эталонным решением, \hat{y} является полученным решением.

2. $MAPE = \frac{100}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right|$ – средняя относительная ошибка: позволяет оценить ка-

чество полученного решения в процентном соотношении, где y является эталонным решением, \hat{y} является полученным решением.

В ходе решения обратной задачи был получен вектор скорости потребления метана, который в среднем имеет отклонение от исходного на 0,016768 (MAE). При этом полученный вектор скорости имеет ошибку 0,979798 %. Полученное решение обратной задачи представлено на рисунке 3.

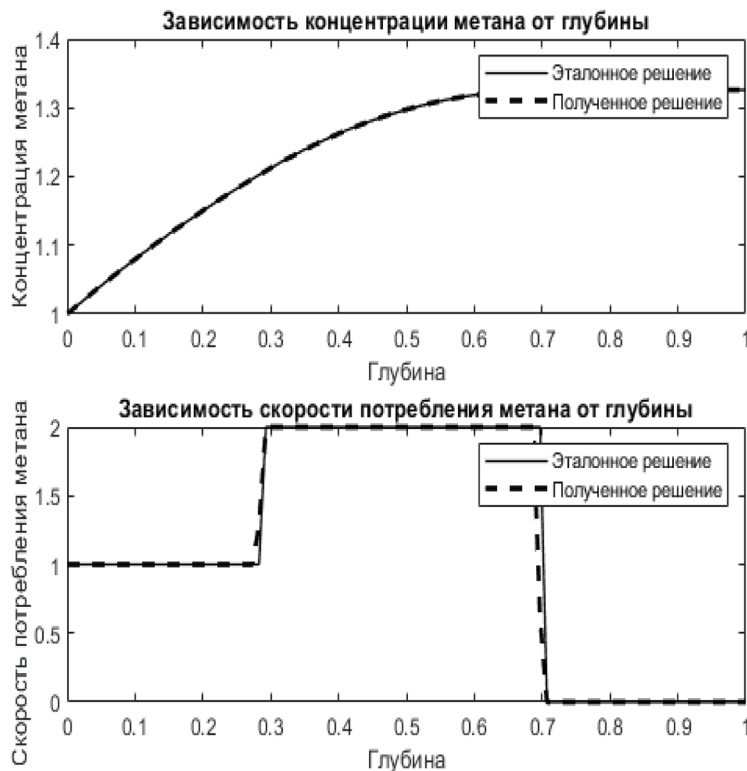


Рисунок 3. Графики полученных решений в ходе обратной задачи

Покажем отношения восстановленного вектора скорости к исходному на рисунке 4.

Результаты восстановления значений вектора зависимости скорости потребления метана от глубины удовлетворительны. Ряд восстановленных значений примерно соответствует эталонным значениям, однако небольшое количество точек значимо отклоняется от эталонного значения, что может быть обусловлено используемыми базисными функциями. Для следующего эксперимента

увеличим количество точек, для которых необходимо получить значения вектора концентрации \vec{C} . Количество замеренных точек $r=100$, количество точек, для которых необходимо получить значения концентрации, $N = 200$. Обратная задача решается для r точек. Прямая задача решается для N точек по полученному во время решения обратной задачи вектору \vec{B} . Результат решения представлен на рисунке 5.

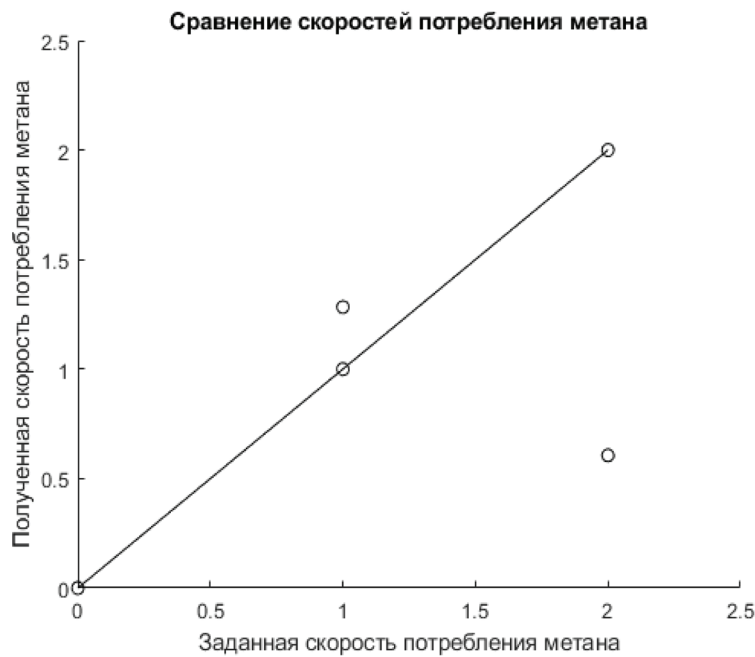


Рисунок 4. Сопоставление скоростей потребления метана

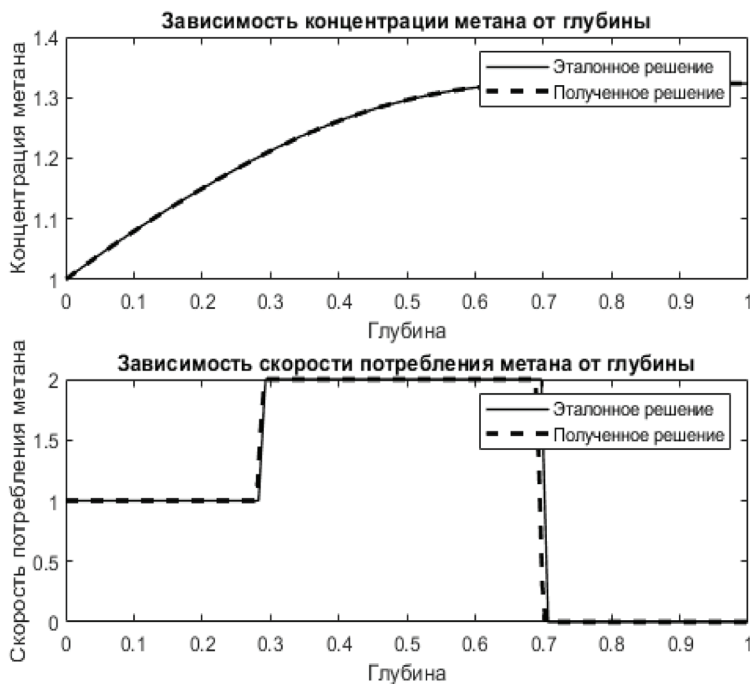


Рисунок 5. Результаты решения для $r = 100$, $N = 200$

При интерполяции исходной функции с увеличением количества значений функции в два раза незначительно изменилась ошибка: MAE = 0,016834, MAPE = 1,299812 %, при этом значение функции зависимости концентрации метана от глубины в точках отклонилось от эталонного решения примерно на 2,280873 %.

Оценим сходимость алгоритма решения обратной задачи к глобальному минимуму, где для каждого эксперимента определим случайный одномерный массив \vec{B} ,

равномерно распределённый в диапазоне от 0 до 1 размерностью $N=20$, и установим минимальный шаг сходимости $\epsilon=10^{-5}$. В ходе проведения серии экспериментов были получены оценки точности работы алгоритма решения обратной задачи: MAE для одномерного массива \vec{C} , MAE для вектора $\vec{V}(z)$, MAPE для одномерного массива $\vec{V}(z)$. Результаты численных экспериментов оценки сходимости алгоритма решения обратной задачи представлены в таблице 1.

Таблица 1. Результаты численных экспериментов

MAE (\vec{C})	MAE(V(z))	MAPE(V(z))
0,000602	0,263407	15,306
0,000756	0,252482	14,42567
0,000557	0,276899	16,81246
0,00078	0,283667	16,88795
0,00059	0,26605	15,61719
0,000628	0,288329	17,56511
0,000601	0,293131	18,00528
0,000525	0,260345	15,28794
0,000561	0,262915	15,3175
0,000536	0,281399	17,06343
0,000601	0,290857	18,03111
0,000584	0,295519	18,4257
0,000978	0,288084	17,23596
0,0007	0,306291	19,07516
0,000813	0,282567	16,76015
0,000676	0,269621	15,94521
0,000531	0,253104	14,26699
0,000479	0,278698	16,86203
0,00043	0,26466	15,54362
0,000501	0,260129	14,91595
Математическое ожидание		
0,00062145	0,275908	16,46752
Дисперсия		
1,70475E-08	0,000233	1,866449

Приведенные в таблице 1 результаты показывают, что для случайно заданного стартового одномерного массива \vec{B} ожидаемое решение будет иметь ошибку 16,46752 %, ожидаемое отклонение от данной ошибки не превысит 1,866449 %.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ И ВЫВОДЫ

Численный алгоритм основан на методе наискорейшего градиентного спуска. Алгоритм решения обратной задачи стабильно сходится к точке глобального минимума с



ожидаемым отклонением не более $\approx 1,9\%$ при минимальном размере шага алгоритма и малом количестве точек замера. В ходе ряда экспериментов была установлена сходимость алгоритма. Алгоритм можно считать устойчивым: при различных случайных значениях одномерного массива \vec{B} алгоритм сходится к одному решению.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Prather, M. J. Overexplaining or underexplaining methane's role in climate change / M. J. Prather, C. D. Holmes // *Proceedings of the National Academy of Sciences*. – 2017. – Vol. 114. – P. 5324–5326.
2. Soil Methanotrophy Model (MeMo v1.0): a process-based model to quantify global uptake of atmospheric methane by soil / F. Murguía-Flores, S. Arndt, A. L. Ganesan [et al.] // *Geoscientific Model Development*. – 2018. – Vol. 11. – P. 2009–2032.
3. Идентификация скорости потребления метана в почвах методом обратной задачи / А. Ф. Сабреков, М. В. Глаголев, И. Е. Терентьева, С. Ю. Моченов. – DOI 10.17537/istmbb18.77 // *Математическая биология и биоинформатика : доклады VII Международной конференции (Пушино, 14–19 окт. 2018 г.)*. – Пушино : Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН, 2018. – Т. 7. – С. 951–955.
4. Сабреков, А. Ф. Моделирование потребления метана в автоморфных почвах: влияние механизма транспорта и численности метанотрофов / А. Ф. Сабреков, М. В. Глаголев, И. Е. Терентьева // *Материалы VI конференции «Математическое моделирование в экологии» ЭкоМат-Мод-2019*. – Пушино, 2019. – С. 179–180.
5. Response of global soil consumption of atmospheric methane to changes in atmospheric climate and nitrogen deposition / Q. Zhuang, M. Chen, K. Xu [et al.]. – DOI 10.1002/gbc.20057 // *Global Biogeochemical Cycles*. – 2013. – Vol. 27, № 3. – P. 650–663.
6. Three decades of global methane sources and sinks / S. Kirschke, P. Bousquet, P. Ciais, [et al.]. – DOI 10.1038/ngeo1955 // *Nature Geoscience*. – 2013. – Vol. 6. – P. 812–823.
7. Benefits and Costs of Mitigating Methane Emissions // *Climate & Clean Air Coalition*. – URL: <https://www.ccacoalition.org/content/benefits-and-costs-mitigating-methane-emissions> (date of application: 09.06.2024).
8. Метан в атмосфере: динамика и источники / В. В. Снакин, А. В. Доронин, Г. Фрейбергс [и др.]. – Текст : непосредственный // *Жизнь Земли*. – 2017. – Т. 39, № 4. – С. 365–380.
9. Биогеохимические процессы цикла метана в почвах, болотах и озерах Западной Сибири // В. Ф. Гальченко, Л. Е. Дулов, Б. Крамер [и др.]. – Текст : непосредственный // *Микробиология*. – 2001. – Т. 70, № 2. – С. 215.
10. Metabolic and environmental control on methane emission from soils: mechanistic studies of mesotrophic fen in West Siberia / N. S. Panikov, S. N. Dedysch, O. M. Kolesnikov [et al.] // *Water, Air, and Soil Pollution : Focus*. – 2001. – Vol. 1. – P. 415–428.
11. Methane emissions on large scales / K. M. Beswick, T. W. Simpson, D. Fowler [et al.] // *Atmospheric Environment*. – 1998. – Vol. 32, № 19. – P. 3283–3291.
12. Зилитинкевич, С. С. Динамика пограничного слоя атмосферы / С. С. Зилитинкевич. – Ленинград : Гидрометеоиздат, 1970. – 292 с. – Текст : непосредственный.
13. Глаголев, М. В. Аннотированный список литературных источников по результатам измерений потоков CH₄ и CO₂ на болотах России / М. В. Глаголев. – Текст : непосредственный // *Динамика окружающей среды и глобальные изменения климата*. – 2010. – Т. 1, № 2. – С. 1.
14. Глаголев, М. В. Динамика летне-осенней эмиссии CH₄ естественными болотами (на примере юга Томской области) / М. В. Глаголев, Н. А. Шнырев. – DOI 10.3103/S0147687407010024. – Текст : непосредственный // *Вестник Московского университета. Серия 17: Почвоведение*. – 2007. – № 1. – С. 8–14.
15. Связь удельной скорости окисления метана почвой и обилия метанотрофов, оцененного с помощью количественной ПЦР / А. Ф. Сабрекова, М. В. Семенов, И. Е. Терентьева. – Текст : непосредственный // *Микробиология*. – 2020. – Т. 89, № 2. – С. 189–199.
16. Mathematical models of methane consumption by soils: a review / M. V. Glagolev, I. E. Terentjeva, A. F. Sabrekov [et al.]. – DOI 10.18822/edgccc622937 // *Environmental Dynamics and Global Climate Change*. – 2023. – Vol. 14, № 3. – P. 145–166.
17. Methanogenesis in oxygenated soils is a substantial fraction of wetland methane emissions // J. C. Angle, T. H. Morin, L. M. Solden [et al.] // *Sci-hub*. – URL: <https://sci-hub.ru/10.1038/s41467-017-01753-4> (date of application: 15.04.2024).