



ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПОГРЕШНОСТИ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ДАННЫХ НА ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФРИКЦИОННОГО ТЕПЛООБРАЗОВАНИЯ

Тихонов Роман Семенович

кандидат технических наук,
старший научный сотрудник
лаборатории климатических испытаний,
ФИЦ «Якутский научный центр СО РАН»,
обособленное подразделение
«Институт проблем нефти и газа СО РАН»,
Якутск, Россия
E-mail: roman_tikhon@mail.ru

Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации № 122011100162-9

Предмет исследования: определение момента трения и функций удельной интенсивности теплообразования в системе подшипников скольжения.

Цель исследования: разработать метод определения момента трения в подшипниках скольжения по температурным данным; на основе вычислительных экспериментов исследовать влияние погрешностей в температурных данных на решение обратной задачи.

Методы и объекты исследования: рассматривается система подшипников скольжения из полимерного композиционного материала, на которые опирается вращающийся вал; приводится математическая модель теплового процесса в рассматриваемой системе узлов трения, учитывающая пространственное распределение температуры и его изменение во времени; в нескольких точках каждого подшипника измеряется температура. Фрикционное теплообразование определяется решением обратной задачи теплообмена из условия близости измеренных и расчетных температур. Для обеспечения непрерывной обработки данных и определения момента трения при длительных испытаниях обратная задача определения момента трения по температурным данным решается на последовательных коротких интервалах времени. Затем полученные решения «склеиваются».

Основные результаты исследования: при таком восстановлении расхождение заданных и восстановленных функций удельной интенсивности теплообразования составляет 10–15 % при уровне погрешности в температурных данных 10 %. Разработанный алгоритм решения обратной задачи теплопроводности может быть использован для определения моментов трения в реальных системах самосмазывающихся подшипников скольжения.

Ключевые слова: узел трения, фрикционное теплообразование, тепловой процесс, нелинейная обратная задача, сопряженная задача, алгоритм, вычислительный эксперимент.

NUMERICAL STUDY OF THE INFLUENCE OF TEMPERATURE DATA ERROR ON THE DETERMINATION OF FRICTIONAL HEAT GENERATION

Roman S. Tikhonov

Candidate of Science (Eng),
Senior Researcher, Climatic Testing Laboratory
Shared Core Facilities of the
Federal Research Center
«Yakutsk Science Center SB RAS»,
Yakutsk, Russia
E-mail: roman_tikhon@mail.ru

The work was carried out within the state assignment of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (theme No. 122011100162-9).

Subject of research: determination of the friction torque and functions of the specific intensity of heat generation in system of sliding bearings.

The purpose of the study: To develop a method for determining the friction torque in sliding bearings using temperature data. Based on computational experiments, study the influence of errors in temperature data on the solution of the inverse problem.

Methods and object of research: A system of sliding bearings made of a polymer composite material on which a rotating shaft rests is considered. A mathematical model of the thermal process in the considered system of friction units is presented, taking into account the spatial distribution of temperature and its change over time. The temperature is measured at several points in each bearing. Frictional heat generation is determined by solving the inverse heat conduction problem from the condition that the measured and calculated temperatures are close. To ensure continuous data processing and determine the friction torque during long-term tests, the inverse problem of determining the friction torque from temperature data is solved at successive short time intervals. Then the resulting solutions are «glued together».

The main results of the study: With such a restoration, the discrepancy between the specified and restored functions of the specific intensity of heat generation is 10–15 % with an error level in temperature data of 10 %. The developed algorithm for solving the inverse problem of thermal conductivity can be used to determine the friction torques in real systems of self-lubricating sliding bearings.

Keywords: friction unit, frictional heat generation, thermal process, nonlinear inverse problem, conjugate problem, algorithm, computational experiment.

ВВЕДЕНИЕ

Одним из основных трибологических параметров цилиндрических сопряжений является момент силы трения. Измерение его осуществляется индуктивными датчиками момента трения. Однако не удается получить количественную оценку момента трения в подвижных сопряжениях эксплуатируемой техники и в условиях стендовых испытаний в

связи с невозможностью размещения датчиков в компактных реальных узлах. Представляется перспективным определение момента трения по процессам, сопровождающим трение и имеющим прямую корреляцию. Таким процессом является фрикционное теплообразование. Известно, что практически вся энергия, затрачиваемая на трение, трансформируется в теплоту [1-2]. Основываясь на этом факте, определение момента



трения сводится к задаче восстановления фрикционного теплообразования по температурным данным. Измерение температур в неподвижных элементах трибосистемы можно осуществить термодарами. Таким образом, момент трения можно определить по параметру, измерение которого существенно проще по сравнению с существующими устройствами непосредственного измерения. Метод, позволяющий определять момент трения по фрикционному теплообразованию, назван методом тепловой диагностики трения [3].

Такие задачи определения причинной характеристики (фрикционного теплообразования) по следственному показателю (температуре) относятся к обратным задачам. Особенностью обратных задач является неустойчивость решения к малым погрешностям исходных данных. Некорректные задачи успешно решаются методами регуляризации [4-12]. Одним из перспективных из них является метод итерационной регуляризации, систематическое изложение которого для решения нелинейных некорректных задач приводится в работах [6-7]. Показано, что «итерационные алгоритмы решения нелинейных некорректных задач, построенные формально по той же схеме, что и для линейных, оказываются вполне работоспособными» [13]. Несмотря на эффективность метода

итерационной регуляризации для решения многих нелинейных обратных задач, для его успешного использования актуальным остается проведение вычислительных экспериментов по исследованию влияния погрешности на решение обратных задач в различных постановках.

Метод тепловой диагностики трения разработан для подшипников скольжения, в которых вал вращается с достаточно высокой скоростью, позволяющей принять допущение об однородном распределении температуры по поверхности вала [14]. Расчеты показывают, что при скорости вращения менее 5 рад/с однородность распределения температуры по угловой координате нарушается. В этом случае при математическом моделировании теплового процесса необходимо учитывать скорость движения вала и движущийся контакт вала с полимерной втулкой по зоне трения.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Постановка задачи

Рассмотрим систему подшипников, изображенную на рисунке 1. Здесь стальной вал (1) совершает вращающее движение, упираясь на N подшипников скольжения, состоящих из полимерных втулок (2) и стальных корпусов (3).

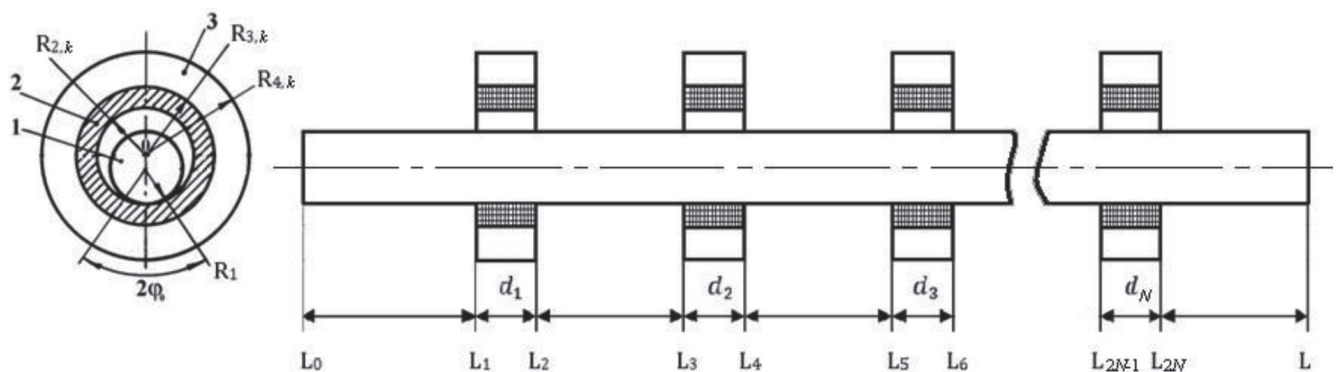


Рисунок 1. Модель системы подшипников скольжения: 1 – вал; 2 – втулка; 3 – корпус

Считая теплоотдачу с торцевых частей подшипников ничтожно малой, изменяющиеся во времени их температурные поля описывались двумерными нестационарными уравнениями теплопроводности в полярных координатах:

$$C_{ik}(T_k) \frac{\partial T_k}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda_{ik}(T_k) \frac{\partial T_k}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\lambda_{ik}(T_k) \frac{\partial T_k}{\partial \varphi} \right), \quad (1)$$

$$R_{2,k} < r < R_{4,k}, \quad -\pi < \varphi < \pi, \quad 0 < t \leq t_m, \quad k = \overline{1, N}, \quad i = 2, 3,$$

где $i = 2$ – для втулки, $i = 3$ – для обоймы.

Для вала динамика температурного поля описывается трехмерным уравнением теплопроводности с конвективным членом, учитывающим скорость его вращения:

$$C_1(U) \frac{\partial U}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda_1(U) \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\lambda_1(U) \frac{\partial U}{\partial \varphi} \right) + \Omega C_1(U) \frac{\partial U}{\partial \varphi} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_1(U) \frac{\partial U}{\partial z} \right), \quad (2)$$

$$0 < r < R_1, \quad -\pi < \varphi < \pi, \quad 0 < t \leq t_m.$$

В зонах контакта вала с подшипниками задается условие фрикционного теплообразования:

$$\frac{\lambda_1(U)}{d_k} \int_{L_{2k-1}}^{L_{2k}} \frac{\partial U(r, \varphi, z, t)}{\partial r} dz \Big|_{r=R_1} - \lambda_2(T_k) \frac{\partial T_k(r, \varphi, t)}{\partial r} \Big|_{r=R_{2,k}} = Q_k(\varphi, t), \quad |\varphi| \leq \varphi_0, \quad (3)$$

$$\frac{1}{d_k} \int_{L_{2k-1}}^{L_{2k}} U(R_1, \varphi, z, t) dz = T_k(R_{2,k}, \varphi, t). \quad (4)$$

На свободных поверхностях вала, втулок и обойм задаются граничные условия третьего рода. На концах вала задаются граничные условия Дирихле и III-го рода с коэффициентом теплоотдачи α_i :

$$U(r, \varphi, 0, t) = T_0, \quad \lambda_1(U) \frac{\partial U(r, \varphi, z, t)}{\partial z} \Big|_{z=L} = -\alpha_1(U(r, \varphi, L, t) - T_0). \quad (5)$$

В центре вала задается условие ограниченности решения:

$$\lim_{r \rightarrow 0} \left(r \lambda_1(U) \frac{\partial U}{\partial r} \right) = 0. \quad (6)$$

По угловой координате выполняются условия периодичности:

$$\frac{\partial T_k(r, \varphi, t)}{\partial \varphi} \Big|_{\varphi=-\pi} = \frac{\partial T_k(r, \varphi, t)}{\partial \varphi} \Big|_{\varphi=\pi}, \quad T_k(r, -\pi, t) = T_k(r, \pi, t), \quad (7)$$

$$\frac{\partial U(r, \varphi, z, t)}{\partial \varphi} \Big|_{\varphi=-\pi} = \frac{\partial U(r, \varphi, z, t)}{\partial \varphi} \Big|_{\varphi=\pi}, \quad U(r, -\pi, z, t) = U(r, \pi, z, t). \quad (8)$$

Начальное распределение температуры в системе подшипников будем считать однородным и постоянным:

$$T_k(r, \varphi, 0) = U(r, \varphi, z, 0) = T_0. \quad (9)$$

При известных функциях удельной интенсивности теплообразования $Q_k(\varphi, t)$, $k=1, 2, \dots, N$ определение температурного поля в системе подшипников по формулам (1) – (9) представляет прямую задачу.

Обратная задача

Обратная задача тепловой диагностики трения заключается в следующем. Требуется определить функции $Q_k(\varphi, t)$, $k=1, 2, \dots, N$ из системы уравнений (1) – (9) при известной дополнительной температурной информации $T_k(R_f, \varphi, t) = f_k(\varphi, t)$ в окрестности зоны трения. Поставленная задача относится к обратным задачам теплопроводности, одним из эффективных методов решения которых является метод итерационной регуляризации [13], основанный на градиентных методах минимизации функционала:

$$J[Q_1(\varphi, t), \dots, Q_N(\varphi, t)] = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \int_0^{t_m} \int_{-\varphi_0}^{\varphi_0} [T_k(R_f, \varphi, t) - f_k(\varphi, t)]^2 d\varphi dt. \quad (10)$$

Для решения поставленной обратной задачи итерационным методом сопряженных градиентов необходимо определить градиент функционала невязки (10). Градиент функционала определялся решением сопряженной краевой задачи [13].

Согласно методу сопряженных градиентов последовательные приближения $Q_k^s(\varphi, t)$ для функции $Q_k(\varphi, t)$ вычисляются по следующей итерационной схеме:

$$Q_k^{s+1}(\varphi, t) = Q_k^s(\varphi, t) - \beta_s S_k^s(\varphi, t), \quad s=0, 1, 2, \dots,$$

$$S_k^s(\varphi, t) = J'_{Q_k}(\varphi, t) + \gamma_k^s S_k^{s-1}(\varphi, t), \quad \gamma_k^0 = 0, \quad \gamma_k^s = \frac{\int_0^{t_m} \int_{-\varphi_0}^{\varphi_0} \left(J'_{Q_k}(\varphi, t) \right)^2 d\varphi dt}{\int_0^{t_m} \int_{-\varphi_0}^{\varphi_0} \left(J'_{Q_k^{s-1}}(\varphi, t) \right)^2 d\varphi dt}.$$

Вычислительные эксперименты

Задача решалась методом конечных разностей с расщеплением по пространственным переменным. Рассматривалась система из 4-х полимерных подшипников скольжения, в которой соседние подшипники равноудалены друг от друга на расстояние 5 см. Расчеты проводились для следующих размеров элементов подшипников: $R_1=12$, $R_{2,k}=12,5$, $R_{3,k}=16$, $R_{4,k}=30$, $d_k=20$ мм, $k=1, \dots, 4$. Зависимости теплофизических характеристик материалов подшипников и вала от температуры определялись по формулам [15]:

$$\lambda_2 = 0,07(T - 100) / 150 + 0,35 \text{ (Вт/(м}^\circ\text{C))},$$

$$C_2 = (6 \cdot 10^{-3}(T - 30) + 3) \cdot 10^6 \text{ (Дж/(м}^3\text{}^\circ\text{C))},$$

$$\lambda_1 = \lambda_3 = 30,5(T - 100) / 150 + 55,5 \text{ (Вт/(м}^\circ\text{C))},$$

$$C_1 = C_3 = (1,2 \cdot 10^{-3}(T - 30) + 3,7) \cdot 10^6 \text{ (Дж/(м}^3\text{}^\circ\text{C))}.$$

Для того, чтобы разностная схема для уравнения (2) с конвективным членом была устойчива, по критерию Куранта – Фридрихса – Леви определялся шаг по времени, который составил 1/18 секунды при частоте вращения вала 30 об/мин и шаге по угловой координате 5°. Угол контакта вала с подшипниками составлял 60°.

Для исследования влияния погрешностей в температурных данных на решение обратной задачи были решены модельные задачи. Функции удельной интенсивности теплообразования задавались следующими формулами:

$$Q_1 = 6,02 \cdot |\cos \varphi| \cdot \left(1,3 + \cos \frac{t}{2} \right) / P_1; \quad Q_2 = 6,02 \cdot |\cos \varphi| \cdot \left(1 + \sin \frac{t}{2} \right) / P_2;$$

$$Q_3 = 6,02 \cdot |\cos \varphi| \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{t}{t+1}} \right) / P_3; \quad Q_4 = 6,02 \cdot |\cos \varphi| \cdot \cos \frac{t}{10} / P_4;$$

где $P_k = 8 \cdot 10^{-5} \pi \text{ м}^2$, $k=1, \dots, 4$ площади зоны контактов подшипников с валом.

Точные температурные данные $f_k(\varphi, t)$, $k = 1, \dots, 4$ при $R_f = 0,013$ м были получены решением прямой задачи. Поскольку все измерительные приборы имеют некую малую погрешность измерения, ошибки измерения имитировались путем добавления к решению прямой задачи случайных помех с уровнем погрешности 10 %:

$$\bar{f}_k(\varphi, t) = f_k(\varphi, t) + 2\Delta(\sigma(t) - 0,5), \quad 0 < t \leq t_m, \quad k = 1, \dots, 4, \quad (11)$$

где $\sigma(t)$ – равномерно распределенная на отрезке $[0,1]$ случайная функция, Δ – уровень погрешности, равный 10 % от максимальных температур в k -м подшипнике.

При малом временном шаге, полученном из условия устойчивости разностной схемы, решение нелинейной обратной задачи требует большого объема оперативной памяти. На

каждой итерации необходимо хранить массивы температур по пространственным переменным и времени. В связи с этим решение обратной задачи исследовалось на временном интервале от 0 до 7 секунд. На рисунке 2 показаны результаты определения функций интенсивности теплообразования по возмущенным температурным данным. Приближение соответствовало восьмой итерации.

Итерационный процесс прекращался по критерию невязки при выполнении условия:

$$J[Q_1(\varphi, t), Q_2(\varphi, t), Q_3(\varphi, t), Q_4(\varphi, t)] < \delta^2, \quad \delta^2 = \sum_{k=1}^4 \int_0^{l_k} \int_0^{\varphi_0} D_k^2(\varphi, t) d\varphi dt,$$

где $D_k^2(\varphi, t)$ – дисперсии функций температурных данных $\bar{f}_k(\varphi, t)$, $k = 1, \dots, 4$ с погрешностями.

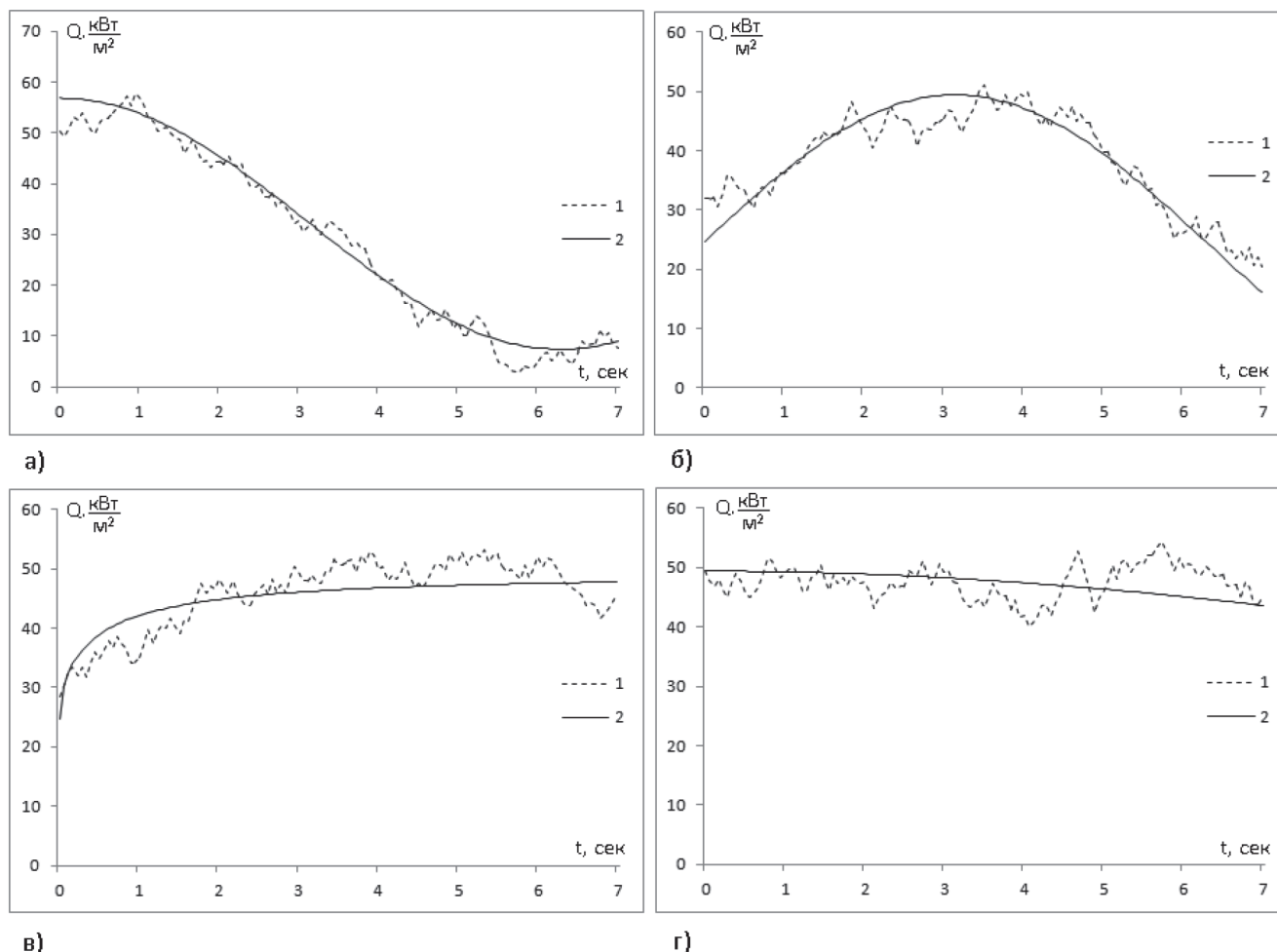


Рисунок 2. Сравнение заданных (2) и восстановленных (1) функций удельных интенсивностей теплообразования решением обратной задачи по температурным данным с погрешностями на полном временном интервале: а) в первом подшипнике; б) во втором; в) в третьем; г) в четвертом

Вычислительные эксперименты показали, что разработанный алгоритм решения нелинейной обратной задачи позволяет восстанавливать функции фрикционных

теплообразований с погрешностью, соизмеримой с ошибками измерения температур.

Исследуем возможность использования предлагаемого алгоритма при длительных

испытаниях узла трения эксплуатируемой техники. В модельной задаче функции теплообразования восстанавливались на отрезке времени испытаний путем последовательного определения решений обратных задач на коротких полуинтервалах разбиения времени. Затем найденные функции фрикционного теплообразования склеивались. При этом полученное поле температур в конечный момент времени предыдущего полуинтервала

бралось за начальное распределение температуры на последующем полуинтервале времени.

На рисунке 3 представлено сравнение восстановленных и заданных функций удельных интенсивностей теплообразования на полном временном интервале. В качестве дополнительной информации при решении обратной задачи использовались возмущенные температурные данные вида (11).

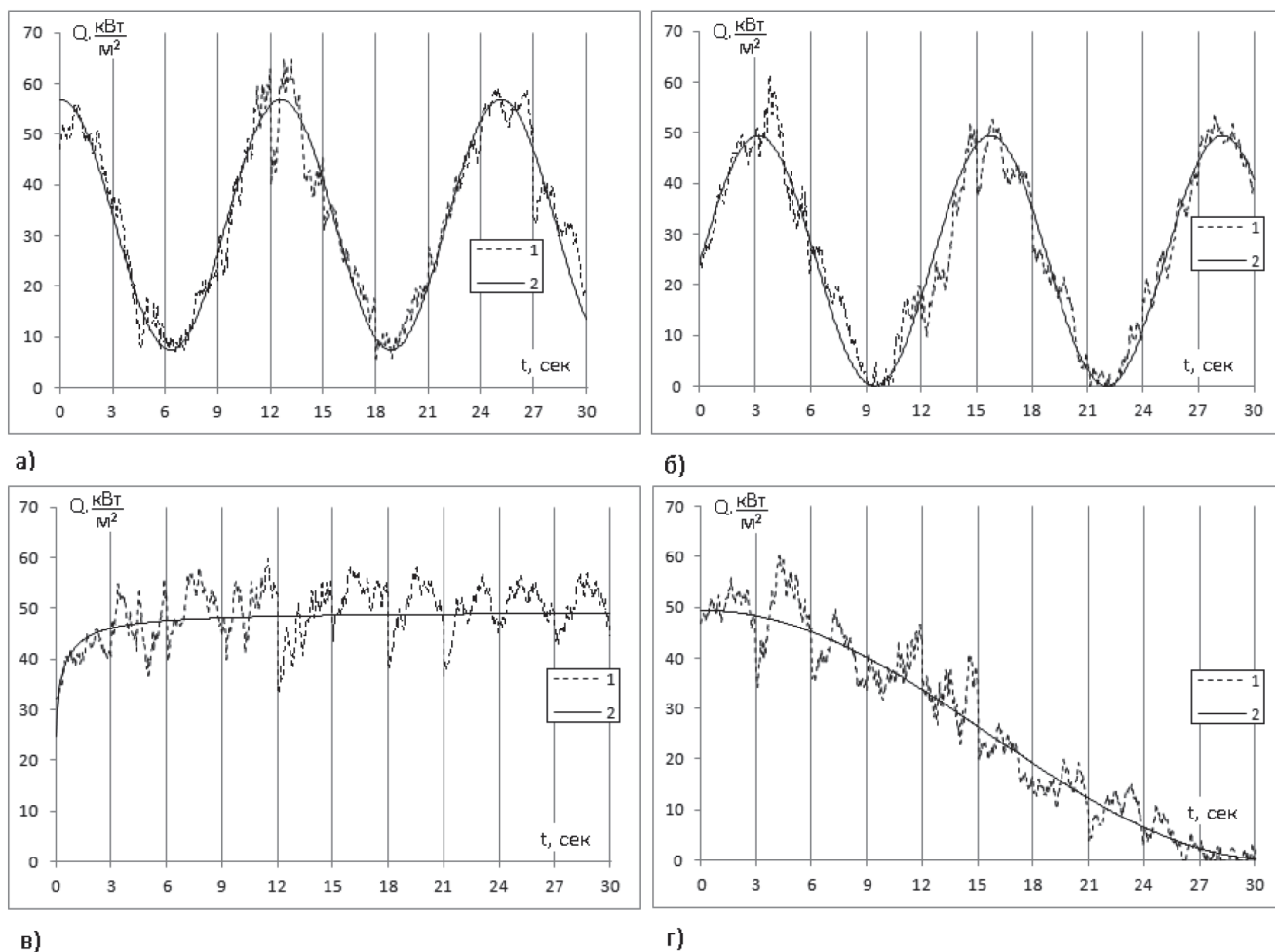


Рисунок 3. Сравнение заданных (2) и восстановленных (1) функций удельных интенсивностей теплообразования решением обратной задачи по температурным данным с погрешностями на полном временном промежутке с разбиением на полуинтервалы по 3 с: а) – в первом подшипнике; б) – во втором; в) – в третьем; г) – в четвертом

Расчеты показали, что при таком подходе уровень погрешности решения обратной задачи не повышается вследствие накопления ошибок.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ И ВЫВОоды

Погрешность восстановления функций удельной интенсивности теплообразования составила около 10–15 % при уровне погрешности 10 % в температурных данных. Разработанный алгоритм определения удельной интенсивности теплообразования может быть

использован для тепловой диагностики трения при стендовых и эксплуатационных испытаниях узлов трения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Костецкий, Б. И. Энергетический баланс при внешнем трении металлов / Б. И. Костецкий, Ю. И. Линник. – Текст : непосредственный // ДАН СССР. – 1968. – Т. 183, № 5. – С. 42–46.
2. Кузнецов, В. Д. Физика резания и трения металлов и кристаллов: Избранные труды / В. Д. Кузнецов. – Москва : Наука, 1977. – 310 с. – Текст : непосредственный.

3. Старостин, Н. П. Основы тепловой диагностики эксплуатационных параметров в опорах скольжения без смазки : автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора технических наук / Н. П. Старостин. – Москва, 1999. – 34 с. – Текст: непосредственный.
4. Тихонов, А. Н. О регуляризации некорректно поставленных задач / А. Н. Тихонов. – Текст : непосредственный // ДАН СССР. – 1963. – Т. 153, № 1. – С. 49–52.
5. Алифанов, О. М. Обратные задачи в тепловом проектировании и испытаниях космических аппаратов / О. М. Алифанов, А. В. Ненарокомов, М. О. Салосина. – Москва : Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), 2021. – 160 с. – ISBN 978-5-4316-0868-1. – Текст : непосредственный.
6. A new method to identify non-steady thermal load based on element differential method / Z.-Y. Zhou, B. Ruan, G.-H. Jiang [et al.]. – DOI 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2023.124352 // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2023. – Vol. 213. – P. 124352.
7. Experimental and computational inverse thermal analysis of transient, non-linear heat flux in circular pin fin with temperature-dependent thermal properties / M. Singhal, S. Singh, R. K. Singla [et al.]. – DOI 10.1016/j.applthermaleng.2019.114721 // Applied Thermal Engineering. – 2020. – Vol. 168. – P. 114721.
8. Estimation of the boundary condition of a 3D heat transfer equation using a modified hybrid conjugate gradient algorithm / Y. Yu, X. Luo, Z. Wu [et al.]. – DOI 10.1016/j.apm.2021.10.016 // Applied Mathematical Modeling. – 2022. – Vol. 102. – P. 768–785.
9. Tourn, B. A. A modified sequential gradient-based method for the inverse estimation of transient heat transfer coefficients in non-linear one-dimensional heat conduction problems / B. A. Tourn, J. C. Álvarez Hostos, V. D. Fachinotti. – DOI 10.1016/j.icheatmasstransfer.2021.105488 // International Communications in Heat and Mass Transfer. – 2021. – Vol. 127. – P. 105488.
10. Reconstruction of the heat flux input of coated gun barrel with the interfacial thermal resistance / S. Chen, L. Chen, J. Fu, Y. Li. – DOI 10.1016/j.csite.2023.103242 // Case Studies in Thermal Engineering. – 2023. – Vol. 49. – P. 103242.
11. Trilok, G. Inverse estimation of heat flux under forced convection conjugate heat transfer in a vertical channel fully filled with metal foam / G. Trilok, P. S. Vishweshwara, N. Gnanasekaran. – DOI 10.1016/j.tsep.2022.101343 // Thermal Science and Engineering Progress. – 2022. – Vol. 33. – P. 101343.
12. Das, R. Simultaneous estimation of heat generation and magnetic field in a radial porous fin from surface temperature information / R. Das, B. Kundu. – DOI 10.1016/j.icheatmasstransfer.2021.105497 // International Communications in Heat and Mass Transfer. – 2021. – Vol. 127. – P. 105497.
13. Алифанов, О. М. Экстремальные методы решения некорректных задач / О. М. Алифанов, Е. А. Артюхин, С. В. Румянцев. – Москва : Наука, 1988. – 288 с. – Текст : непосредственный.
14. Kondakov, A. S. Simulation of the thermal process and friction diagnostics in a system of nonlubricated sliding bearings on a common shaft / A. S. Kondakov, N. P. Starostin. – DOI 10.3103/S1068366616010086 // Journal of Friction and Wear. – 2016. – Vol. 37, № 1. – P. 39–46.
15. Заричняк, Ю. П. Зависимость теплофизических свойств наполненных фторопластов от температуры и концентрации наполнителей / Ю. П. Заричняк, В. А. Иванов – Текст: непосредственный // Пластические массы. – 2013. – № 7. – С. 35–37.

