

Т. В. Пронькина

О ВЛИЯНИИ СИЛ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ КАПЕЛЬ НА ДИНАМИКУ ЭМУЛЬСИИ

Исследована динамика осаждения составных капель эмульсии под действием силы тяжести. Учитывается взаимодействие капли с ее включением. Рассмотрены осесимметричная и асимметричная задачи осаждения составных капель. Найдены выражения для относительных и абсолютных скоростей капель составной эмульсии. На основе численного моделирования получены траектории относительного и абсолютного движения капель.

Ключевые слова: эмульсия, составная капля, гидродинамическое взаимодействие, относительная скорость, абсолютная скорость.

T. V. Pronkina

ABOUT THE INFLUENCE OF THE FORCES OF INTERACTION BETWEEN THE DROPLETS ON THE DYNAMICS OF EMULSION

The dynamics of deposition of compound droplets of the emulsion under the action of gravity is investigated. The interaction of the droplet with its inclusion is taken into account. Axisymmetric and asymmetric problems of deposition of compound droplets are considered. Expressions for the relative and absolute velocities of the compound emulsion droplets are found. Based on numerical modeling, the trajectories of the relative and absolute motion of the droplets are obtained.

Keywords: emulsion, composite droplet, hydrodynamic interaction, relative velocity, absolute velocity.

Введение

В последние годы возрос интерес к направлениям исследования, связанным с созданием материалов, обладающих заданными характеристиками: наноэмульсии и составные эмульсии. Составная эмульсия представляет собой дисперсную среду, в которой капли вязкой жидкости содержат в себе включения в виде других капель. Количество таких включений может быть различным – от нескольких капель до сотен включений в одной капле [1, 2]. Наличие структуры в каплях эмульсии делает более сложным моделирование и прогнозирование свойств таких систем.

Свойства реальных жидких дисперсных систем, в частности эмульсий, могут во многом отличаться от модельных представлений. Наличие примесей в жидкости способно в ряде случаев существенно изменять свойства течения таких систем. Примеси могут быть добавлены к жидкости специально с целью управления динамикой капель, а могут присутствовать в ней естественным образом, как, например, в нефтяных эмульсиях. Эффективность управления динамикой жидкостей с примесями определяется уровнем понимания закономерностей, которые существуют в таких системах.

В эмульсии, как в любой многофазной системе (суспензии, аэрозоли), существует два различных механизма взаимодействия капель. Один из них связан с силами взаимодействия между самими каплями. Другой механизм связан с взаимодействием капель через движение несущей фазы (жидкость, газ): распределение скорости и давления жидкости вблизи какой-либо капли зависит от расположения других капель. Движение одной капли влияет на движение всех остальных и наоборот. Такое взаимодействие называется гидродинамическим и

оказывает влияние на все процессы, происходящие в жидких дисперсных системах, в том числе и в эмульсии [3–5].

Как известно, моделирование взаимодействия и движения двух и более твердых частиц в вязкой жидкости оказалось задачей достаточно сложной: во-первых, граничные условия необходимо задавать на поверхностях нескольких частиц, во-вторых, необходимо учитывать искажения, внесенные в поток всеми частицами. В случае жидких частиц сложность возрастает, так как необходимо учитывать динамику внутри самих капель. Еще более сложная задача, когда жидкие частицы имеют внутреннюю структуру, например, включают в себя еще другие жидкие частицы с отличными от основной жидкости характеристиками, такими как плотность и вязкость. В этом случае необходимо учитывать взаимодействие внутри такой структуры, а также динамику изменения самой структуры в результате взаимодействия между ее элементами.

Несмотря на интенсивные исследования и современное развитие информационных технологий, создание методов, позволяющих моделировать динамику дисперсных сред с учетом их структуры и взаимодействий, остается актуальной задачей.

Постановка задачи

В неограниченной несжимаемой жидкости, вязкость которой равна η_l , находится жидкая частица A вязкости η_a . Частица A , в свою очередь, содержит жидкое включение B вязкости η_b . Обозначим через a размер капли A и через b размер включения B . Размеры капель A и B достаточно малы, чтобы уравнения движения жидкости в каждой из фаз были линейными. Для определения скорости \vec{u} и давления p в несущей жидкости и внутри каждой из капель записывались соответствующие уравнения в приближении Стокса с граничными условиями: 1) равенства скоростей жидкостей на границе капли A ; 2) условие равенства касательных напряжений на поверхности капли A ; 3) условие непротекания несущей жидкости внутрь частицы A . Аналогичные граничные условия были записаны на поверхности включения B . Кроме того, учитывался тот факт, что скорость возмущения обращается в нуль при бесконечном удалении от капель.

В результате были получены распределения скорости и давления вокруг частиц [6–8], которые далее использовались для вычисления сил Стокса.

Осесимметричная задача об осаждении составных капель

Пусть скорость невозмущенного потока жидкости $\vec{U} = 0$, а радиус-вектор \vec{r} , разделяющий центры капель A и B , параллелен вектору ускорения свободного падения \vec{g} . Под действием силы тяжести возникает течение жидкости вне и внутри капель и происходит их относительное движение. Для определения закона относительного движения необходимо знать силы, которые действуют на каждую каплю со стороны внешней жидкости. Силы Стокса, действующие на каждую из капель, вычислены по формуле

$$F_i = \oint \left[-p\delta_{ij} + \eta \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] n_j ds.$$

Этот интеграл берется по поверхности частицы, внешняя нормаль к которой есть вектор \vec{n} . Силы Стокса, действующие на каждую из капель, имеют вид

$$\begin{aligned} F_i^{\parallel A} &= -6\pi\eta_l a (f_1^A V_i^{\parallel} + f_2^A W_i^{\parallel}), \\ F_i^{\parallel B} &= -6\pi\eta_a b (f_1^B V_i^{\parallel} + f_2^B W_i^{\parallel}), \end{aligned}$$

где \vec{V} – скорость капли A , \vec{W} – скорость капли B , $f_1^A, f_1^B, f_2^A, f_2^B$ – функции безразмерных параметров $\eta_l/\eta_b, \eta_a/\eta_b, a/b, r/b$.

Также на капли действуют сила тяжести и сила Архимеда:

$$\vec{F}_*^A = \frac{4}{3}\pi(a^3(\rho_a - \rho_l) + b^3(\rho_b - \rho_a))\vec{g},$$

$$\vec{F}_*^B = \frac{4}{3}\pi b^3(\rho_b - \rho_a)\vec{g},$$

где ρ_l – плотность несущей жидкости, ρ_a – плотность капли А, ρ_b – плотность капли В.

Скорости капель \vec{V} и \vec{W} определяются из равенства нулю сил, действующих на них (квазистатическое приближение).

$$\begin{cases} \vec{F}^A + \vec{F}_*^A = 0, \\ \vec{F}^B + \vec{F}_*^B = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Для определения закона относительного движения капель $\vec{r}(t)$ необходимо решить дифференциальное уравнение

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{V}^{\parallel} - \vec{W}^{\parallel}$$

Введем систему координат с началом отсчета в центре капли А. Пусть направление оси Ox совпадает с направлением вектора \vec{g} . Находим проекцию уравнений системы (1) на ось Ox

$$\begin{cases} -6\pi\eta_l a(f_1^A V^{\parallel} + f_2^A(W^{\parallel} - V^{\parallel})) + \frac{4}{3}\pi(a^3(\rho_a - \rho_l) + b^3(\rho_b - \rho_a))g = 0, \\ -6\pi\eta_a b(f_1^B V^{\parallel} + f_2^B(W^{\parallel} - V^{\parallel})) + \frac{4}{3}\pi b^3(\rho_b - \rho_a)g = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Решая систему (2) относительно величин V^{\parallel} и W^{\parallel} , получаем

$$V^{\parallel} = \frac{2g(a^3 f_2^B \eta_a (\rho_l - \rho_a) + b^3 f_2^B \eta_a (\rho_a - \rho_b) + ab^2 f_2^A \eta_l (\rho_b - \rho_a))}{9a(f_2^A f_1^B - f_1^A f_2^B) \eta_a \eta_l},$$

$$W^{\parallel} = -\frac{2g(f_1^B - f_2^B) \eta_a (\rho_l - \rho_a) (a^3 - b^3) + ab^2 (f_1^A - f_2^A) \eta_l (\rho_b - \rho_a)}{9a(f_2^A f_1^B - f_1^A f_2^B) \eta_a \eta_l}.$$

Таким образом, имеем обыкновенное дифференциальное уравнение

$$\frac{dr}{dt} = -\frac{2g(a^3 f_1^B \eta_a (\rho_l - \rho_a) + b^3 f_1^B \eta_a (\rho_a - \rho_b) + ab^2 f_1^A \eta_l (\rho_b - \rho_a))}{9a(f_2^A f_1^B - f_1^A f_2^B) \eta_a \eta_l}$$

Уравнение решалось численным способом при различных начальных условиях.

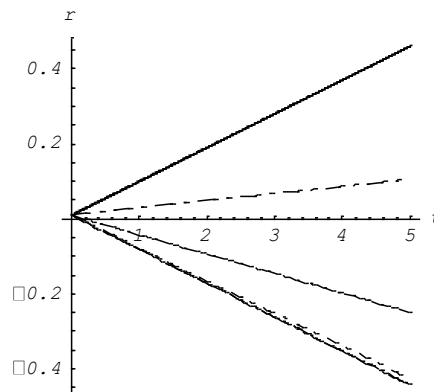


Рисунок 1 – Относительное движение включения В

На рис. 1. приведены графики, показывают зависимости изменения величины r от времени t при различных значениях параметров a/b , η_l/η_a , ρ_l/ρ_a , η_b/η_a , ρ_b/ρ_a . В зависимости от значений параметров возможны различные варианты движения капли В внутри капли А: она может всплывать – в этом случае значение r будет отрицательным или тонуть – в случае положительных значений r .

Асимметричная задача осаждения составных капель

Пусть скорость невозмущенного потока жидкости $\vec{U} = 0$, а радиус-вектор \vec{r} , разделяющий центры капель A и B , перпендикулярен вектору ускорения свободного падения \vec{g} . Силы Стокса, действующие на каждую из капель, будут иметь вид:

$$\begin{aligned} F_i^A &= F_i^{\parallel A} + F_i^{\perp A}, \\ F_i^B &= F_i^{\parallel B} + F_i^{\perp B}, \end{aligned}$$

где $F_i^{\parallel A}$, $F_i^{\parallel B}$, $F_i^{\perp A}$, $F_i^{\perp B}$ вычисляются по формулам

$$\begin{aligned} F_i^{\parallel A} &= -6\pi\eta_l a(f_1^A V_i^{\parallel} + f_2^A W_i^{\parallel}), \\ F_i^{\parallel B} &= -6\pi\eta_a b(f_1^B V_i^{\parallel} + f_2^B W_i^{\parallel}), \\ F_i^{\perp A} &= -6\pi\eta_l a(f_3^A V_i^{\perp} + f_4^A W_i^{\perp}), \\ F_i^{\perp B} &= -6\pi\eta_a b(f_3^B V_i^{\perp} + f_4^B W_i^{\perp}). \end{aligned}$$

Здесь $f_1^A, f_1^B, f_2^A, f_2^B, f_3^A, f_3^B, f_4^A, f_4^B$ – функции безразмерных параметров $\eta_l/\eta_b, \eta_a/\eta_b, a/b, r/b$.

Как и в осесимметричной задаче, на капли действуют сила тяжести и сила Архимеда:

$$\begin{aligned} \vec{F}_*^A &= \frac{4}{3}\pi(a^3(\rho_a - \rho_l) + b^3(\rho_b - \rho_a))\vec{g}, \\ \vec{F}_*^B &= \frac{4}{3}\pi b^3(\rho_b - \rho_a)\vec{g}. \end{aligned}$$

Для определения скорости капель \vec{V} и \vec{W} будем решать систему уравнений

$$\begin{cases} \vec{F}^A + \vec{F}_*^A = 0, \\ \vec{F}^B + \vec{F}_*^B = 0. \end{cases} \quad (3)$$

Введем систему координат с началом отсчета в центре капли A . Пусть направление оси Ox_1 совпадает с направлением вектора \vec{g} , а ось Ox_2 направлена перпендикулярно оси Ox_1 . Находим проекции уравнений системы (3) на оси Ox_1 и Ox_2 , учитывая, что

$$\begin{aligned} V_{x_1}^{\parallel} &= \frac{x_1}{r} V^{\parallel}, V_{x_1}^{\perp} = \frac{x_1}{r} V^{\perp}, V_{x_2}^{\parallel} = \frac{x_2}{r} V^{\parallel}, V_{x_2}^{\perp} = \frac{x_2}{r} V^{\perp}, \\ W_{x_1}^{\parallel} &= \frac{x_1}{r} W^{\parallel}, W_{x_1}^{\perp} = \frac{x_1}{r} W^{\perp}, W_{x_2}^{\parallel} = \frac{x_2}{r} W^{\parallel}, W_{x_2}^{\perp} = \frac{x_2}{r} W^{\perp}. \end{aligned}$$

Система принимает следующий вид

$$\begin{cases} -6\pi\eta_l a(f_1^A V^{\parallel} \frac{x_1}{r} + f_2^A (W^{\parallel} - V^{\parallel}) \frac{x_1}{r} + f_3^A V^{\perp} \frac{x_2}{r} + f_4^A (W^{\perp} - V^{\perp}) \frac{x_2}{r}) + \\ \quad + \frac{4}{3}\pi(a^3(\rho_a - \rho_l) + b^3(\rho_b - \rho_a))g = 0, \\ -6\pi\eta_l a(f_1^A V^{\parallel} \frac{x_2}{r} + f_2^A (W^{\parallel} - V^{\parallel}) \frac{x_2}{r} + f_3^A V^{\perp} \frac{x_1}{r} + f_4^A (W^{\perp} - V^{\perp}) \frac{x_1}{r}) = 0, \\ -6\pi\eta_a b(-f_1^B V^{\parallel} \frac{x_1}{r} + f_2^B (W^{\parallel} - V^{\parallel}) \frac{x_1}{r} - f_3^B V^{\perp} \frac{x_2}{r} + f_4^B (W^{\perp} - V^{\perp}) \frac{x_2}{r}) + \\ \quad + \frac{4}{3}\pi b^3(\rho_b - \rho_a)g = 0, \\ -6\pi\eta_a b(-f_1^B V^{\parallel} \frac{x_2}{r} + f_2^B (W^{\parallel} - V^{\parallel}) \frac{x_2}{r} - f_3^B V^{\perp} \frac{x_1}{r} + f_4^B (W^{\perp} - V^{\perp}) \frac{x_1}{r}) = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Решая систему (4) относительно величин $V^{\parallel}, W^{\parallel}, V^{\perp}, W^{\perp}$, учитывая при этом, что $x_1^2 + x_2^2 = r^2$, получаем

$$\begin{aligned} V^{\parallel} &= -\frac{2grx_1(a^3 f_2^B \eta_a (\rho_l - \rho_a) + b^3 f_2^B \eta_a (\rho_a - \rho_b) + ab^2 f_2^A \eta_l (\rho_b - \rho_a))}{9a(f_2^A f_1^B - f_1^A f_2^B)r^2 \eta_a \eta_l}, \\ W^{\parallel} &= (2grx_1(a^3(f_1^B - f_2^B)\eta_a(\rho_l - \rho_a) + b^3(f_1^B - f_2^B)\eta_a(\rho_a - \rho_b)) + \\ &\quad + ab^2(f_1^A - f_2^A)\eta_l(\rho_b - \rho_a))/(9a(f_2^A f_1^B - f_1^A f_2^B)r^2 \eta_a \eta_l), \end{aligned}$$

$$V^\perp = - \frac{2grx_2(a^3 f_4^B \eta_a (\rho_l - \rho_a) + b^3 f_4^B \eta_a (\rho_a - \rho_b) + ab^2 f_4^A \eta_l (\rho_b - \rho_a))}{9a(f_4^A f_3^B - f_3^A f_4^B) r^2 \eta_a \eta_l},$$

$$W^\perp = (2grx_2(a^3 (f_3^B - f_4^B) \eta_a (\rho_l - \rho_a) + b^3 (f_3^B - f_4^B) \eta_a (\rho_a - \rho_b)) + ab^2 (f_3^A - f_4^A) \eta_l (\rho_b - \rho_a)) / (9a(f_4^A f_3^B - f_3^A f_4^B) r^2 \eta_a \eta_l).$$

Чтобы определить относительную скорость, запишем систему обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = W^\parallel \frac{x_1}{r} + W^\perp \frac{x_2}{r} - V^\parallel \frac{x_1}{r} - V^\perp \frac{x_2}{r}, \\ \frac{dx_2}{dt} = W^\parallel \frac{x_2}{r} - W^\perp \frac{x_1}{r} - V^\parallel \frac{x_2}{r} + V^\perp \frac{x_1}{r}, \end{cases} \quad (5)$$

где $r = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$.

Из системы (5) легко получить уравнение траектории относительного движения включения B

$$\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{W^\parallel \frac{x_2}{r} - W^\perp \frac{x_1}{r} - V^\parallel \frac{x_2}{r} + V^\perp \frac{x_1}{r}}{W^\parallel \frac{x_1}{r} + W^\perp \frac{x_2}{r} - V^\parallel \frac{x_1}{r} - V^\perp \frac{x_2}{r}}.$$

Данное уравнение также решалось численным способом при различных начальных условиях. Ниже приведены графики траектории относительного движения включения при различных значениях параметров a/b , η_l/η_a , ρ_l/ρ_a , η_b/η_a , ρ_b/ρ_a .

В начальный момент времени центр частицы B находится в точке с координатами $x_1 = 0$, $x_2 = 0.1$. Начало координат находится в центре капли A .

Пусть $\frac{a}{b} = 5$, $\frac{\eta_l}{\eta_a} = 0.5$, $\frac{\rho_l}{\rho_a} = 0.7$, $\frac{\eta_b}{\eta_a} = 1.5$. Значение параметра $\frac{\rho_b}{\rho_a}$ будем изменять.

Сплошной линией изображена траектория движения при $\frac{\rho_b}{\rho_a} = 5$, пунктирной – при $\frac{\rho_b}{\rho_a} = 2.5$, штрихпунктирной – при $\frac{\rho_b}{\rho_a} = 0.5$.

На рис. 2 видно, что при данных значениях параметров частица B в относительном движении по отношению к центру капли A осаждается и удаляется от центра в сторону увеличения координаты x_2 . На рис. 3 видно, что во всех случаях в абсолютном движении частица B всплывает и сдвигается от центра капли A . На рис. 4 видно, что в абсолютном движении частица A всплывает и перемещается в ту же сторону, что и частица B .

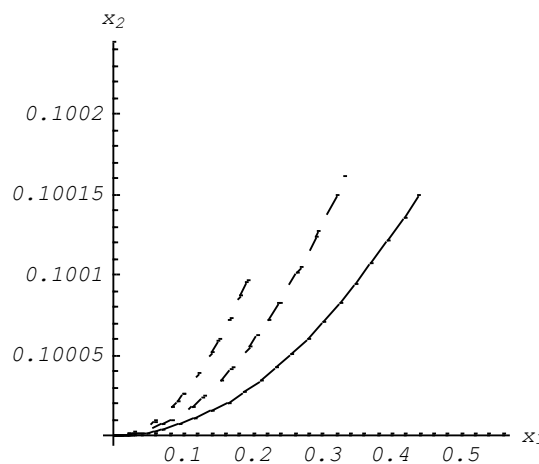


Рисунок 2 – Траектории относительного движения капли B

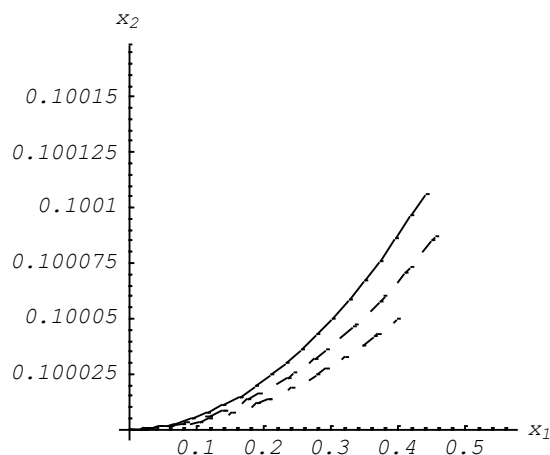


Рисунок 3 – Траектории абсолютного движения капли В

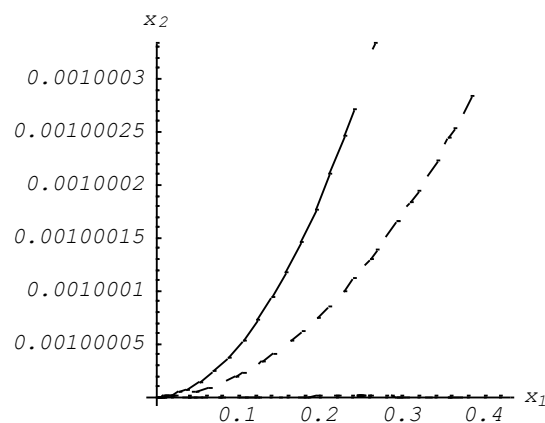


Рисунок 4 – Траектории абсолютного движения капли А

Выводы

Как показывает численное моделирование, учет взаимодействия частицы со своим включением дает сложную картину динамики составной капли эмульсии при осаждении под действием силы тяжести. Сложная структура капли приводит к изменению внутреннего течения и к изменению гидродинамических сил, действующих на каплю. Движение включения влияет на скорость капли, а движение самой капли вызывает силу, действующую на ее включение. При этом зависимость скорости и траектории каждой частицы от параметров капель и свойств, характеризующих жидкие фазы, являются нелинейными. Полученные в работе результаты можно использовать при моделировании динамики большого числа составных капель эмульсии, применяя разработанные подходы и методы расчета.

Литература:

1. Muschiolika, G. Multiple emulsions for food use [Text] / G. Muschiolika // Current Opinion in Colloid and Interface Science. – 2007. – V. 12, Is. 4-5. – P. 213–220.
2. Pal, R. Viscosity models for multiple emulsions [Text] / R. Pal // Food Hydrocolloidse. – 2008. – V. 22, Is. 3. – P. 428–438.

3. Волны в жидкостях с пузырьками [Текст] / А. А. Губайдулин, А. И. Ивандаев, Р. И. Нигматулин [и др.] // Итоги науки и техники. Механика жидкости и газа. ВИНТИ. – 1982. – Т. 17. – С. 160–249.
4. Нигматулин, Р. И. Основы механики гетерогенных сред [Текст] / Р. И. Нигматулин. – Москва : Наука, 1978. – 336 с.
5. Нигматулин, Р. И. Динамика многофазных сред [Текст] : в 2 ч. / Р. И. Нигматулин. – Москва : Наука, 1987. – Ч. 1. – 464 с.
6. Нигматулин, Р. И. Динамика многофазных сред [Текст] : в 2 ч. / Р. И. Нигматулин. – Москва : Наука, 1987. – Ч. 2. – 360 с.
7. Мартынов, С. И. Моделирование взаимодействия капель в линейном потоке и вязкость эмульсии [Текст] / С. И. Мартынов, Т. В. Пронькина // Информационные системы и технологии. – 2010. – № 3. – С. 86–90.
8. Мартынов, С. И. Составная капля эмульсии в однородном потоке вязкой жидкости [Текст] / С. И. Мартынов, Т. В. Пронькина // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. Математика. – 2010. – № 2. – С. 85–93.
9. Пронькина, Т. В. Обтекание составной капли эмульсии линейным потоком вязкой жидкости [Текст] / Т. В. Пронькина // Вестник Югорского государственного университета. – 2009. – Вып. 2 (13). – С. 77–79.